

Algebra macierzy, układy równań w WolframAlpha

W przeglądarce wpisujemy adres [www.wolframalpha](http://www.wolframalpha.com),

Wpisujemy w prostokątne pole polecenie i dane,

Naciskamy przycisk = na końcu pola poleceń.

Macierze wpisujemy określając elementy wiersza w nawiasach sześciennych {...} i jako separatory stosujemy przecinki. W ułamkach dziesiętnych stosujemy kropkę.

Przykład

Aby określić macierz $\begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

wpisujemy

{{-1, 2, 0}, {-1, 3, 1}}

- mnożenie macierzy przez liczbę,
- dodawanie (odejmowanie) macierzy,
- wyznaczanie macierzy transponowanej,
- wyznaczanie iloczynu macierzy,
- wyznaczanie potęgi macierzy,
- obliczanie wyznacznika macierzy,
- wyznaczanie macierzy odwrotnej,
- wyznaczanie rzędu macierzy,

- obliczanie śladu macierzy, $\text{tr}A$
- rozwiązywanie układu równań liniowych.
- wyznaczanie wielomianu charakterystycznego.
- obliczanie wartości własnych macierzy.
- obliczanie wektorów własnych macierzy.
- diagonalizacja macierzy (rozkład Jordana)

Przykłady.

Mnożenie macierzy przez liczbę, cA



The screenshot shows the WolframAlpha interface. At the top is the logo "WolframAlpha" with the tagline "computational intelligence." Below the logo is a search bar containing the input $2*\{-1, 2, 0\}, \{-1, 3, 1\}$. Below the search bar are several icons: a keyboard icon labeled "Extended Keyboard", an upload icon labeled "Upload", a grid icon labeled "Examples", and a random icon labeled "Random". Below the search bar is a section labeled "Input:" containing the matrix $2 \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$. Below the input section is a section labeled "Result:" containing the matrix $\begin{pmatrix} -2 & 4 & 0 \\ -2 & 6 & 2 \end{pmatrix}$. To the right of the result section is a button labeled "Step-by-step solution" with a checkmark icon. Above the result section is a message "Something went wrong, try again" with a question mark icon.

Dodawanie macierzy, $A + B$



{{-1, 2, 0}, {-1, 3, 1}}+{{-2, 0, 1}, {1, -3, 2}}



Extended Keyboard Upload

Examples Random

Input:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 0 & 1 \\ 1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Open code

Result:

☒ Step-by-step solution

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

Transponowanie macierzy, A^T



transpose {{-1, 2, 0}, {-1, 3, 1}}



Extended Keyboard Upload

Examples Random

Input:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}^T$$

m^T gives the transpose of m

Open code

Result:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Iloczyn macierzy, AB

 **WolframAlpha**[®] computational intelligence.

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Input:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Open code 

Result: ☒ Step-by-step solution

$$\begin{pmatrix} 2 & -7 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$$



Obliczanie potęgi macierzy, A^k

 **WolframAlpha**[®] computational intelligence.

 Extended Keyboard  Upload  Examples  Random

Input:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}^4$$

 Enlarge  Data  Customize  Plain Text Open code 

Result:

$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 2 & 12 \\ -5 & 38 & 7 & 0 \\ 8 & 28 & 5 & 16 \\ 26 & -14 & -2 & 33 \end{pmatrix}$$

Obliczanie wyznacznika macierzy, $\det A$



Input: $\det\{\{-1, 2, 0, 1\}, \{-1, 3, 1, -1\}, \{1, 2, 0, -1\}, \{0, 4, 1, 2\}\}$

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input interpretation:

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$|m|$ is the determinant
Open code

Result: 16

Step-by-step solution

Wyznaczanie macierzy odwrotnej, A^{-1}



Input: $\text{inv}\{\{-1, 2, 0, 0\}, \{-1, 0, 0, -1\}, \{0, 2, 0, -1\}, \{0, 4, 1, 0\}\}$

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ 0 & 4 & 1 & 0 \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{matrix inverse})$$

Open code

Result: $\frac{1}{4} \begin{pmatrix} -2 & -2 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & -4 & 4 \\ 2 & -2 & -2 & 0 \end{pmatrix}$

Decimal form Step-by-step solution

Expanded form:

$$\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{4} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & 0 \\ -1 & 1 & -1 & 1 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \end{pmatrix}$$

Wyznaczanie rzędu macierzy, $r(A)$

 **WolframAlpha** computational intelligence.

rank{{-1, 2, 0, 0}, {-1, 0, 0, -1}, {0, 2, 0, 1}}

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

rank	$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
------	--

Open code

Result: ☒ Step-by-step solution

2

Obliczanie śladu macierzy, $\text{tr}A$

 **WolframAlpha** computational intelligence.

trace{{3,3,7},{1,2,3},{2,1,4}}

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

trace	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
-------	---

Enlarge Data Customize Plain Text Open code

Result: ☒ Step-by-step solution

9

Rozwiązywanie oznaczonego układu równań liniowych.

Uwaga. Przed wyznaczaniem rozwiązania warto sprawdzić czy macierz A jest **nieosobliwa**.

Niewiadome zapisujemy jako $x_1, x_2, \dots$

Równania oddzielamy przecinkami.

Przykład.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_3 = -1$$

$$x_2 + x_3 = 0$$



The screenshot shows the WolframAlpha website with the input `solve{x1+x2+x3=0,x1+x3=-1,x2+x3=0}` in the search bar. Below the search bar, there are links for "Extended Keyboard", "Upload", "Examples", and "Random". The "Input interpretation" section shows the equations $x_1 + x_2 + x_3 = 0$, $x_1 + x_3 = -1$, and $x_2 + x_3 = 0$ with a "solve" button. The "Result" section shows the solution $x_1 = 0$ and $x_2 = 1$ and $x_3 = -1$. There is also a "Step-by-step solution" button and an "Open code" link.

Rozwiązywanie nieoznaczonego układu równań liniowych.

Przykład.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_3 = -1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

☆
=

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Input interpretation:

	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$
solve	$x_1 + x_3 = -1$
	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$

Open code

Result:

$x_2 = 1$ and $x_3 = -x_1 - 1$

Zatem x_1 jest parametrem.

Rozwiązywanie sprzecznego układu równań liniowych.

Przykład.

$$x_1 + x_2 + x_3 = 0$$

$$x_1 + x_3 = -1$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$


WolframAlpha computational intelligence.

☆
=

Extended Keyboard
Upload
Examples
Random

Input interpretation:

	$x_1 + x_2 + x_3 = 0$
solve	$x_1 + x_3 = -1$
	$x_1 + x_2 + x_3 = 1$

Open code

Result:

(no solutions exist)

Wyznaczanie wielomianu charakterystycznego.



characteristic polynomial{{3,3,7},{1,2,3},{2,1,4}}, λ

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

characteristic polynomial	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$	variable	λ
---------------------------	---	----------	-----------

Enlarge Data Customize Plain Text Open code

Result: ☒ Step-by-step solution

$-\lambda^3 + 9\lambda^2 - 6\lambda$

Obliczanie wartości własnych macierzy.



eigenvalues{{3,3,7},{1,2,3},{2,1,4}}

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

eigenvalues	$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$
-------------	---

Open code

Results: Approximate forms ☒ Step-by-step solution

$\lambda_1 = \frac{1}{2}(9 + \sqrt{57})$

$\lambda_2 = \frac{1}{2}(9 - \sqrt{57})$

$\lambda_3 = 0$

Obliczanie wektorów własnych macierzy.



eigenvectors{{3,3,7},{1,2,3},{2,1,4}}

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input:

eigenvectors $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Open code

Results: Exact forms ☒ Step-by-step solution

$v_1 \approx (1.75831, 0.758306, 1)$

$v_2 \approx (-0.758306, -1.75831, 1)$

$v_3 = (-5, -2, 3)$

Diagonalizacja macierzy (rozkład Jordana)



diagonalize{{3,3,7},{1,2,3},{2,1,4}}

Extended Keyboard Upload Examples Random

Input interpretation:

diagonalize $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Result: Approximate forms

$M = S.J.S^{-1}$

where

$M = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

$S = \begin{pmatrix} -5 & \frac{1}{6}(3 - \sqrt{57}) & \frac{1}{6}(3 + \sqrt{57}) \\ -2 & \frac{1}{6}(-3 - \sqrt{57}) & \frac{1}{6}(-3 + \sqrt{57}) \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

$J = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(9 - \sqrt{57}) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}(9 + \sqrt{57}) \end{pmatrix}$

$S^{-1} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{6} & \frac{1}{6} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{228}(57 + \sqrt{57}) & -\frac{1}{4} - \frac{13}{4\sqrt{57}} & \frac{1}{4} - \frac{7}{4\sqrt{57}} \\ \frac{1}{4} - \frac{1}{4\sqrt{57}} & -\frac{1}{4} + \frac{13}{4\sqrt{57}} & \frac{1}{4} + \frac{7}{4\sqrt{57}} \end{pmatrix}$

L.Kowalski 20.10.19